Beispiellösungen in Kurzform zur Übung 2

Aufgabe 1: Karnaugh-Diagramme

Teil a

cd \ ab	10	11	01	00
10	0	0	1	0
11	1	1	0	1
01	1	1	1	1
00	0	0	0	0

4-stelliger Implikant:

$$a\overline{b}\overline{c}d$$

cd \ ab	10	11	01	00
10	0	0	1	0
11	1	1	0	1
01	1	1	1	1
00	0	0	0	0

3-stellige Implikanten:

$$a\overline{b}d$$
$$a\overline{c}d$$
$$a\overline{b}\overline{c}$$

cd \ ab	10	11	01	00
10	0	0	1	0
11	1	1	0	1
01	1	1	1	1
00	0	0	0	0

2-stellige Implikanten:

$$\overline{c}d$$
$$ad$$
$$\overline{b}d$$

cd \ ab	10	11	01	00
10	0	0	1	0
11	1	1	0	1
01	1	1	1	1
00	0	0	0	0

Funktion aus den Primimplikanten:

$$f1 \quad = \quad ad + \overline{b}d + \overline{c}d + \overline{a}bc\overline{d}$$

Teil b

cd \ ab	10	11	01	00
10	0	0	0	0
11	1	1	1	1
01	1	1	1	1
00	0	0	0	0

$$f2 = d$$

Teil c

cd \ ab	10	11	01	00
10	1	1	1	0
11	1	0	1	0
01	0	1	1	1
00	0	0	0	0

Alle Implikanten der Funktion.

cd \ ab	10	11	01	00
10	1	1	1	0
11	1	0	1	0
01	0	1	1	1
00	0	0	0	0

Zwingend erforderliche Implikanten der Funktion; Rest muß kombiniert werden.

$$
\begin{aligned}
f3_1 &= a\overline{b}c + b\overline{c}d + \overline{a}\,\overline{c}d + ac\overline{d} + \overline{a}bc \\
f3_2 &= a\overline{b}c + b\overline{c}d + \overline{a}\,\overline{c}d + bc\overline{d} + \overline{a}bd \\
f3_3 &= a\overline{b}c + b\overline{c}d + \overline{a}\,\overline{c}d + bc\overline{d} + \overline{a}bc
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2: Minimale Überdeckung

Teil a

$$a = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$\begin{aligned}
\text{MÜ}(P_1, a) &= \{1\} \\
\text{MÜ}(P_2, a) &= \{2\} \\
\text{MÜ}(P_3, a) &= \{\{3\}, \{1, 4\}\} \\
\text{MÜ}(P_4, a) &= \{\{4\}, \{2, 3\}\}
\end{aligned}$$

$$\text{ÜF} = < (x_1)(x_2)(x_3 + x_1x_4)(x_4 + x_2x_3) >$$

$$\begin{aligned}
\text{ÜF} &= < (x_1)(x_2)(x_3 + x_1x_4)(x_4 + x_2x_3) > \\
&= < (x_1)(x_2)(x_3 + x_4)(x_4 + x_3) > \\
&= < (x_1x_2)(x_3 + x_4) > \\
&= < (x_1x_2x_3) + (x_1x_2x_4) >
\end{aligned}$$

Hinweis: Die erste Umformung erfolgte nach dem Muster:

$$\begin{aligned}
& a(b + ac) \\
= \ & (ab + aac) \\
= \ & (ab + ac) \\
= \ & a(b + c)
\end{aligned}$$

Teil b

$$a = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7$$

$$\begin{aligned}
\text{MÜ}(P_1, a) &= \{1\} \\
\text{MÜ}(P_2, a) &= \{2\} \\
\text{MÜ}(P_3, a) &= \{3\} \\
\text{MÜ}(P_4, a) &= \{\{4\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 6\}\} \\
\text{MÜ}(P_5, a) &= \{\{5\}, \{1, 7\}\} \\
\text{MÜ}(P_6, a) &= \{\{6\}, \{2, 4\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 5\}\} \\
\text{MÜ}(P_7, a) &= \{\{7\}, \{2, 5\}\}
\end{aligned}$$

$$\text{ÜF} = < (x_1x_2x_3)(x_4 + x_3x_5 + x_1x_3x_7 + x_1x_6)(x_5 + x_1x_7)(x_6 + x_2x_4 + x_3x_7 + x_2x_3x_5)$$
$$(x_7 + x_2x_5) >$$

$$\begin{aligned}
\text{ÜF} &= < (x_1x_2x_3)(x_4 + x_3x_5 + x_1x_3x_7 + x_1x_6)(x_5 + x_1x_7) \\
&\quad (x_6 + x_2x_4 + x_3x_7 + x_2x_3x_5)(x_7 + x_2x_5) > \\
&= < (x_1x_2x_3)(x_4 + x_5 + x_7 + x_6)(x_5 + x_7)(x_6 + x_4 + x_7 + x_5)(x_7 + x_5) > \\
&= < (x_1x_2x_3)(x_4 + x_5 + x_7 + x_6)(x_5 + x_7) > \\
&\overset{L2.7}{=} < (x_1x_2x_3)(x_5 + x_7) > \\
&= < (x_1x_2x_3x_5) + (x_1x_2x_3x_7) >
\end{aligned}$$

Interpretation des Ergebnisses: Für die Erfüllung der Funktion sind die Primimplikanten P_1 und P_2 und P_3 und P_5, oder die Kombination P_1 und P_2 und P_3 und P_7 erforderlich.
Somit ergibt sich:

$$\text{P1} = a\overline{b} \quad \text{P2} = \overline{a}b \quad \text{P3} = cd \quad \text{P4} = ad \quad \text{P5} = a\overline{c} \quad \text{P6} = bd \quad \text{P7} = b\overline{c}$$

$$\begin{aligned}
F2_1 &= < a\overline{b} + \overline{a}b + cd + a\overline{c} > \\
F2_2 &= < a\overline{b} + \overline{a}b + cd + b\overline{c} >
\end{aligned}$$