Friedhelm Meyer auf der Heide
Dominik Dumrauf, Michael Kortenjan, Gunnar Schomaker,
Tim Süss, Mario Vodisek, Alexander Wilms
Paderborn, den 12. Oktober
Abgabe: 19. Oktober, 2004, 9:00 Uhr, Kästen Flur D3

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 1

AUFGABE 1 (5 Punkte)**:**
Sei Σ ein Alphabet und $A, B \subseteq \Sigma^*$. Begründen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) $(\Sigma^*)^* = \Sigma^*$	b) $(A^*)^* = A^*$
c) $A \subseteq B \Rightarrow A^* \subseteq B^*$	d) $(A \cap B) = A^* \cap B^*$
e) $(A \cup B) = A^* \cup B^*$	f) $(AB^*) = A^*B^*$

AUFGABE 2 (5 Punkte)**:**
Sei $M = \{M_i | M_i \notin M_i\}$ die Menge aller Mengen M_i, die sich nicht selbst enthalten. Enthält die Menge M sich selbst ? Zeigen Sie dies oder widerlegen Sie es ! Gibt es eine solche Menge M ?

AUFGABE 3 (5 Punkte)**:**
Russel'sche Antinomie: In einen Dorf schließt ein Friseur mit dem Gemeinderat den Vertrag, genau diejenigen Männer des Dorfes zu rasieren, die sich selbst nicht rasieren (der Friseur ist selbst bewohner des Dorfes). Bei Verletzung dieses Vertrages muß er eine Konventionalstrafe zahlen. Soll der Friseur nun einen solchen Vertrag schließen ? Soll er sich selbst rasieren oder sollte er sich besser von einem Nachbarn rasieren lassen ? Begründen Sie Ihre Antwort !

AUFGABE 4 (5 Punkte)**:**
In der Vorlesung haben Sie die Ackermann-Funktion ack kennen gelernt. Sei nun $a_k : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definiert durch: $a_k(m) := ack(k, m)$.

a) Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} a_0(m) &= m+1 \\ a_1(m) &= m+2 \\ a_2(m) &= 2m+3 \\ a_3(m) &= 2^{m+3}-3 \\ a_4(m) &= 2^{\langle m+3\rangle}-3 \end{aligned}$$

Dabei bedeutet: $2^{\langle k\rangle} := 2^{2^{\langle k-1\rangle}}$ für $k > 1$, $2^k := 2$ für $k = 1$, d.h. beispielsweise $2^4 = 2^{2^{2^2}} = 65536$.

b) Wie groß muss m sein, so dass $a_4(m)$ größer ist als die Zahl der Atome im Weltall (ca. 2^{65}) ?

Zur Erinnerung die Definition der Ackermann-Funktion $ack : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} ack(0,m) &= m+1 \\ ack(n,0) &= ack(n-1,1), \text{ falls } n \geq 1 \\ ack(n,m) &= ack(n-1, ack(n,m-1)), \text{ falls } n,m \geq 1 \end{aligned}$$