Friedhelm Meyer auf der Heide
Dominic Dumrauf, Michael Kortenjan, Ulf Lorenz,
Gunnar Schomaker, Tim Süss, Mario Vodisek, Alexander Willms

Paderborn, den 14. Dezember

Abgabe: 21. Dezember, 2004, 12:30 Uhr, Kästen Flur D3

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 10

AUFGABE 37 (5 Punkte)**:**
In der Vorlesung wurden die beiden Probleme $CLIQUE$ und $IndependentSet$ (IS) vorgestellt. Des weiteren wurde bereits gezeigt, dass $CLIQUE$ NP-vollständig ist.
Zeigen Sie nun: $CLIQUE \leq_p IS$.

AUFGABE 38 (5 Punkte)**:**
$kSAT$ ist das Erfüllbarkeitsproblem unter der Einschränkung, dass alle Klauseln genau k Literale enthalten. Also ist z.B. $(x_1 \vee \bar{x_2} \vee x_4) \wedge (x_1 \vee \bar{x_5} \vee x_6) \in 3SAT$.

a) Zeigen Sie, dass für $k > 3$ gilt:

$$(\bigvee_{i=1}^{k} z_i) \text{ ist erfüllbar } \Longleftrightarrow \exists y_1, \ldots, y_{k-3}:$$

$$(z_1 \vee z_2 \vee y_1) \wedge (\bigwedge_{i=1}^{k-4} (\bar{y}_i \vee z_{i+2} \vee y_{i+1})) \wedge (\bar{y}_{k-3} \vee z_{k-1} \vee z_k) \text{ ist erfüllbar.}$$

Dabei ist $z_i = x_i$ oder $z_i = \bar{x}_i$.

b) Denken Sie sich zu Klauseln der Länge eins und zwei Klauseln der Länge drei aus, die immer genau dann erfüllbar sind, wenn die kurzen Klauseln erfüllbar sind.

AUFGABE 39 (5 Punkte)**:**
Zeigen Sie, dass $2SAT \in$ P gilt.

Hinweis: Wandeln Sie das Erfüllbarkeitsproblem eines gegebenen boolschen Ausdrucks B in ein graphentheoretisches Problem, welches die Berechnung von starken Zusammenhangskomponenten erfordert, um.

AUFGABE 40 (5 Punkte)**:**
In Satz 4.11 des Skriptes ist die Definition für das Problem BIN_PROGR angegeben.
Zeigen Sie: $CLIQUE \leq_p BIN\_PROGR$.