Friedhelm Meyer auf der Heide
Dominic Dumrauf, Michael Kortenjan, Ulf Lorenz,
Gunnar Schomaker, Tim Süss, Mario Vodisek, Alexander Willms

Paderborn, den 25. Januar

Abgabe: 01. Februar, 2005, 12:30 Uhr, Kästen Flur D3

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 14

AUFGABE 55 (5 Punkte)**:**
Für zwei Sprachen über $\{0,1\}^*$ ist folgende Verknüpfung & definiert:
$L_1 \& L_2 := \{w \mid \exists u_1 u_2 \dots u_n \in L_1,\ \exists v_1 v_2 \dots v_n \in L_2,\ u_i, v_i \in \{0,1\}$, so dass $w = a_1 a_2 \dots a_n$ mit $a_i \in \{u_i, v_i\}$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}\}$

Beweisen Sie: Sind L_1 und L_2 regulär, so ist $L_1 \& L_2$ ebenfalls regulär.

AUFGABE 56 (5 Punkte)**:**
Bringen Sie die folgende Grammatik $V = \{E, T, F, I\}, \Sigma = \{a, b, 0, 1, *, +, (,)\}$ in Chomsky-Normalform

$$\begin{array}{rcl}
E & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \mid (E) \mid T * F \mid E + T \\
T & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \mid (E) \mid T * F \\
F & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \mid (E) \\
I & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1
\end{array}$$

AUFGABE 57 (5 Punkte)**:**
Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, S, P)$ in Chomsky-Normalform. Es ist $V = \{S, A, B, C, D, E, F\}, \Sigma = \{a, b, c\}$ und die Menge P der Produktionen ist gegeben durch:

$$\begin{array}{rclcrcl}
S & \rightarrow & AB & \quad & C & \rightarrow & a \\
A & \rightarrow & CD \mid CF & & D & \rightarrow & b \\
B & \rightarrow & EB \mid c & & E & \rightarrow & c \\
 & & & & F & \rightarrow & AD
\end{array}$$

Liegt das Wort *aaabbbcc* in $L(G)$? Entscheiden Sie dieses, indem Sie die vom CYK-Algorithmus erzeugte Tabelle $T(i,j)$ berechnen. (Die Tabelle können Sie so angeben wie im Skript, Beispiel S. 46, unten.)

AUFGABE 58 (5 Punkte)**:**
Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

- $L_1 = \{w \in \{0,1,2,3\}^* \mid w = 0^i 1^j 2^i 3^j, i \geq 1 \text{ und } j \geq 1\}$
- $L_2 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$