Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen: Blatt 14

Yascha Cebeci (6254677)
Bernhard Dietrich (6256800)
Lars Fernhomberg (6256030)
Sebastian Kniesburges (6257120)

Übungsgruppe 4
Montag 16:00-18:00
Gunnar Schomaker

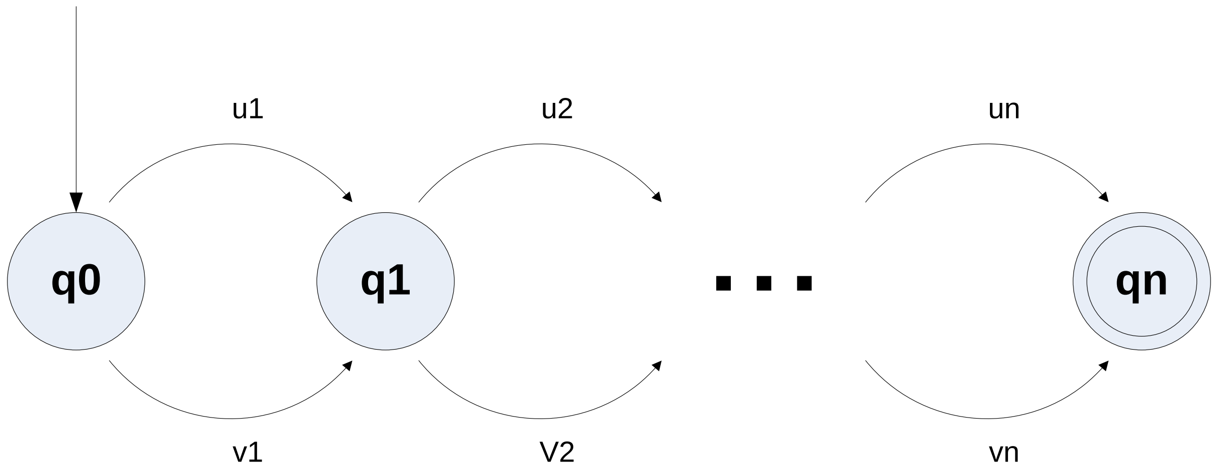
Aufgabe 55

Seien L_1 und L_2 regulär, so gibt es zu beiden Sprachen jeweils einen endlichen Automaten (A_1, A_2), welcher als deterministischer endlicher Automat angegeben werden kann.

Damit L_1 & L_2 ebenfalls eine reguläre Sprache ist, muss es zu ihr einen endlichen Automaten geben, der als deterministischer endlicher Automat angegeben werden kann. Dieser Automat kann wie folg erzeugt werden:

$DFA = (V, \Sigma, q0, F)$

- $F = \{q_n\}$
- $\Sigma = (0,1), denn\ v_1 ... v_n \wedge u_1 ... u_n \in \{0,1\}$



Aufgabe 56

$V = \{A, B, N, E, M, P, K_1, K_2, L, V_1, V_2, V_3, V_4, W_1, W_2, W_3, X_1, X_2, Y_1\}$

$\Sigma = \{a, b, 0, 1, *, +, (,)\}$

$A \to a$	$V_1 \to AL$	$W_1 \to AL$	$X_1 \to AL$	$Y_1 \to AL$
$B \to b$	$V_1 \to BL$	$W_1 \to BL$	$X_1 \to BL$	$Y_1 \to BL$
$N \to 0$	$V_1 \to Y_1 A$	$W_1 \to Y_1 A$	$X_1 \to Y_1 A$	$Y_1 \to Y_1 A$
$E \to 1$	$V_1 \to Y_1 B$	$W_1 \to Y_1 B$	$X_1 \to Y_1 B$	$Y_1 \to Y_1 B$
$M \to *$	$V_1 \to Y_1 N$	$W_1 \to Y_1 N$	$X_1 \to Y_1 N$	$Y_1 \to Y_1 N$
$P \to +$	$V_1 \to Y_1 E$	$W_1 \to Y_1 E$	$X_1 \to Y_1 E$	$Y_1 \to Y_1 E$
$K_1 \to ($	$V_1 \to K_1 V_2$	$W_1 \to K_1 W_2$	$X_1 \to K_1 X_2$	
$K_2 \to)$	$V_1 \to W_1 V_3$	$W_1 \to W_1 W_3$	$X_2 \to V_1 K_2$	
$L \to \lambda$	$V_1 \to V_1 V_4$	$W_2 \to V_1 K_2$		
	$V_2 \to V_1 K_2$	$W_3 \to MX_1$	$V_3 \to MX_1$	
			$V_4 \to PW_1$	

Aufgabe 57

$l=8$	$\{S\}$							
$l=7$	$\{S\}$							
$l=6$	$\{A\}$							
$l=5$		$\{F\}$						
$l=4$		$\{A\}$						
$l=3$			$\{F\}$					
$l=2$	-	-	$\{A\}$	-	-	-	$\{B\}$	-
$l=1$	$\{C\}$	$\{C\}$	$\{C\}$	$\{D\}$	$\{D\}$	$\{D\}$	$\{B,E\}$	$\{B,E\}$
	a	A	a	B	B	b	c	c

Somit ist das gegebene Wort $aaabbbcc$ in L enthalten, da das Startsymbol S in $T(1,8)$ enthalten ist.

Aufgabe 58

$L_1 = \left\{ w \in \{0,1,2,3\}^* \middle| w = 0^i 1^j 2^i 3^j, i \geq 1 \text{ und } j \geq 1 \right\}$

Sei p fest aber beliebig. Sei nun $w = 0^p 1^p 2^p 3^p$. Bei einer beliebigen Zerlegung in $w = uvxyz$, mit $|vxy| \leq p$ und $|vy| \geq 1$ kann es somit nur maximal zwei Zeichen $(01,12,23)$ in vxy geben bzw. nur ein einzelnes Zeichen $(0,1,2)$ geben. Wir setzen nun $i = 0$ für die Zerlegung $w = uv^i xy^i z$. Da zuvor galt, dass $|vy| \geq 1$, sind nun weniger Nullen als Zweien bzw. weniger Einsen als Dreien vorhanden bzw. umgekehrt, so dass die Vorraussetzung $w = 0^i 1^j 2^i 3^j$ nicht mehr erfüllt ist und das Wort $w \notin L_1$. Somit ist L_1 keine kontextfreie Sprache.

$L_2 = \left\{ ww \middle| w \in \{0,1\}^* \right\}$

(Zur besseren Erklärung verwende ich im Folgenden w_1 als Bezeichnung für das erste und w_2 als Bezeichnung für das zweite Wort, wobei $w = w_1 = w_2$ gilt.)

Sei p fest aber beliebig und ferner $|w| = p$. Teile $w_1 w_2 = uvxyz$ fest aber beliebig, wobei gilt $|vxy| \leq p$ und $|vy| \geq 1$.

Wenn vxy nur in einem der beiden Wörter vorkommt, so wähle ein beliebiges $i > 1$ für $w_1 w_2 = uv^i xy^i z$. Durch die i-malige Wiederholung von v sowie y, wird ein Teil von w_1 bzw. w_2 verändert, wobei diese Änderung aber nicht für das jeweils andere Wort gilt, so dass die Bedingung $w_1 = w_2$ nicht mehr erfüllt ist und das neue Wort somit nicht mehr zur Sprache gehört.

Wenn vxy sich über beide Wörter erstreckt, so wähle ein beliebiges $i > 1$ für $w_1 w_2 = uv^i xy^i z$. Hierdurch wird nun der hintere Teil von w_1 und der vordere Teil von w_2 verändert, wobei die Änderungen nicht im jeweils anderen Wort vorkommen. Somit gilt auch hier nicht mehr die Bedingung $w_1 = w_2$, woraus folgt, dass das neue Wort nicht mehr zur Sprache gehört.

Aus beiden Fällen folgt nun, dass die Sprache L_2 nicht kontextfrei ist.