

Friedhelm Meyer auf der Heide

Paderborn, den 16. November

Dominic Dumrauf, Michael Kortenjan, Ulf Lorenz,

Gunnar Schomaker, Tim Süß, Mario Vodisek, Alexander Willms

Abgabe: 23. November, 2004, 12:30 Uhr, Kästen Flur D3

## Übung zur Vorlesung

# Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 6

### AUFGABE 21 (5 Punkte):

Sei eine Abbildung  $f : \Sigma \rightarrow \Delta^+$  für endliche Alphabete  $\Sigma$  und  $\Delta$  gegeben. Die Abbildung  $f$  wird wie folgt zu einem so genannten **Homomorphismus**  $f : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$  erweitert:

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &:= \epsilon \\ f(xa) &:= f(x)f(a) \text{ für } x \in \Sigma^* \text{ und } a \in \Sigma \end{aligned}$$

Nun wird  $f$  auf Sprachen  $L \subseteq \Sigma^*$  erweitert:

$$f(L) := \bigcup_{w \in L} \{f(w)\}$$

Zeigen Sie: Ist  $L$  entscheidbar bzw. rekursiv aufzählbar, so ist auch  $f(L)$  entscheidbar bzw. rekursiv aufzählbar.

### AUFGABE 22 (5 Punkte):

Sei  $F$  die Klasse aller Sprachen  $L \subseteq \Sigma^*$ .

Beweisen Sie per Diagonalisierung, dass  $F$  überabzählbar ist.

### AUFGABE 23 (5 Punkte):

Zeigen Sie durch Reduktion, dass folgende Sprachen unentscheidbar sind:

- $L_1 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für endlich viele Eingaben}\}$  (Endlichkeitsproblem)
- $L_2 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für unendlich viele Eingaben}\}$

### AUFGABE 24 (5 Punkte):

Zeigen Sie jetzt durch Anwendung des Satz von Rice die Unentscheidbarkeit von  $L_1$  und  $L_2$  aus Aufgabe 23.