Friedhelm Meyer auf der Heide
Dominic Dumrauf, Michael Kortenjan, Ulf Lorenz,
Gunnar Schomaker, Tim Süss, Mario Vodisek, Alexander Willms

Paderborn, den 16.November

Abgabe: 23. November, 2004, 12:30 Uhr, Kästen Flur D3

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 6

AUFGABE 21 (5 Punkte)**:**
Sei eine Abbildung $f : \Sigma \to \Delta^+$ für endliche Alphabete Σ und Δ gegeben. Die Abbildung f wird wie folgt zu einem so genannten **Homomorphismus** $f : \Sigma^* \to \Delta^*$ erweitert:

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &:= \epsilon \\ f(xa) &:= f(x)f(a) \text{ für } x \in \Sigma^* \text{ und } a \in \Sigma \end{aligned}$$

Nun wird f auf Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ erweitert:

$$f(L) := \bigcup_{w \in L} \{f(w)\}$$

Zeigen Sie: Ist L entscheidbar bzw. rekursiv aufzählbar, so ist auch $f(L)$ entscheidbar bzw. rekursiv aufzählbar.

AUFGABE 22 (5 Punkte)**:**
Sei F die Klasse aller Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$.
Beweisen Sie per Diagonalisierung, dass F überabzählbar ist.

AUFGABE 23 (5 Punkte)**:**
Zeigen Sie durch Reduktion, dass folgende Sprachen unentscheidbar sind:

- $L_1 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für endlich viele Eingaben}\}$ (Endlichkeitsproblem)
- $L_2 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für unendlich viele Eingaben}\}$

AUFGABE 24 (5 Punkte)**:**
Zeigen Sie jetzt durch Anwendung des Satz von Rice die Unentscheidbarkeit von L_1 und L_2 aus Aufgabe 23.