

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 7

AUFGABE 25 (5 Punkte):

Sei folgende Sprache L gegeben. Zeigen Sie mittels Reduktion, dass L unentscheidbar ist.

$L := \{ \langle M_1 \rangle \langle M_2 \rangle \mid M_1 \text{ akzeptiert das Komplement der von } M_2 \text{ akzeptierten Sprache} \}$

AUFGABE 26 (5 Punkte):

Zeigen Sie: Sei M eine $t(n)$ zeit- und $s(n)$ platzbeschränkte NTM. Dann kann M durch eine $O(t(n))$ zeit- und $O(s(n))$ platzbeschränkte NTM simuliert werden, in der jede Konfiguration höchstens 2 Nachfolgekonfigurationen hat.

AUFGABE 27 (5 Punkte):

Beschreiben Sie informal die Arbeitsweise einer NTM, die das *Travelling Salesperson Problem* (TSP) entscheidet. (Die Definition von TSP findet sich im Skript, Teil 2, Seite 4 !)

AUFGABE 28 (5 Punkte):

Sie haben für einige Großkunden eine Software entwickelt, die in der Lage ist ein Problem P zu lösen: geg.: Input $x = \text{bin}(n)$, $n \in \mathbb{N}$, ges.: $f(x)$. Sie benutzen dazu einen Algorithmus A , der eine Laufzeit von $2 * |x|^2$ Sekunden besitzt. Es wurde nachgewiesen, daß die Laufzeit asymptotisch optimal ist. Da P ein sehr wichtiges und rechenintensives Problem ist, stellen Sie auch die Hardware, die ihre Kunden für einzelne Jobaufträge von Ihnen mieten. Die größte Eingabe, die Sie bisher gelöst haben ist $|x| = 11$. Ihre Kunden würden aber auch gern Instanzen der Größe $|x| = 22$ gelöst haben.

Ihr Hauptproblem aber ist ihr Konkurrent, der bislang exakt genauso erfolgreich das Problem P lösen kann, wie Sie. Zu ihrem Leidwesen hat ihr Konkurrent gerade 10 mio Euro in einen neuen, doppelt so schnellen Rechner investiert. Es drohen bereits einige Kunden den Anbieter zu wechseln. Auf der einen Seite kann man sich so einen Rechner nur alle 5 Jahre leisten, auf der anderen Seite überlebt eine Firma nicht ein Jahr ohne Kunden.

- a) Warum sollten Sie zunächst in Jubel ausbrechen?
- b) Man kann davon ausgehen, daß sich die Geschwindigkeit von Rechnern jedes Jahr verdoppelt, bzw. der Preis für denselben Rechner sich pro Jahr halbiert. Wann sollten Sie sich einen neuen Rechner kaufen?

Plötzlich kommt einer ihrer Angestellten herein und teilt ihnen eine Beobachtung mit: Ihre Kunden scheinen sich nur für Inputs x zu interessieren, die Binärdarstellungen von Zweierpotenzen sind. Ein kurzer Anruf bei ihren Kunden bestätigt das.

- c) Warum sollten Sie sich in der Zwischenzeit bis zum Rechnerkauf Gedanken über Komplexität machen? Ihre Aufgabe ist es nun, so vorzugehen, daß Sie ihren Konkurrenten ein für allemal loswerden und dabei möglichst viel Geld in ihrer eigenen Firma behalten. Wie macht man das? (5 Sonderpunkte)