Bernhard Dietrich 6256800
Lars Fernhomberg 6256030
Sebastian Kniesburges 6257120
Thomas Brinkmann 6254798
Yascha Cebeci 6254677

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen
Übungsblatt 9
Übungsgruppe 4

Aufgabe 33

Wenn wir auf die Eingabe n den Algo_1 mit der Laufzeit $O\left(n^k\right)$ anwenden, so kann die Ausgabe höchstens $O\left(n^k\right)$ groß sein, da $O\left(n^k\right)$ Schritte durchgeführt wurden. Wendet man diese Ausgabe nun auf den Algo_2 , mit der Laufzeit $O\left(n^r\right)$ an so ergibt sich eine Gesamtlaufzeit von $O\left(\left(n^k\right)^r\right) \Leftrightarrow O\left(n^{k \cdot r}\right)$.

Aufgabe 34

Das Raten der Zeichenfolge entspricht dem Raten auf der 1-Band-NTM. Der folgende deterministische Ablauf der 2-Band-NTM ist gleichbedeutend mit der Verifikation der geratenen Zeichenfolge auf Band 1, analog zur 1-Band-NTM. Dabei gilt $t_{M'}(n) = O\left(t_M(n)\right)$, da der Verifizierer der 2-Band-NTM in der gleichen Laufzeit arbeitet wie der der 1-Band-NTM. Auch das Raten der Zeichenfolge geschieht in identischer Laufzeit.

Aufgabe 35

Die Beschreibung charakterisiert die Klasse NP , da das x dem Eingabewort einer NTM entspricht, das y entspricht der geratenen Zeichenfolge, dabei ist $|y| \leq p(|x|)$, da das Raten in Abhängigkeit vom Eingabewort geschieht und die NTM hierfür polynomielle Zeit benötigt.
$E(x, y)$ ist die Eigenschaft, die zwischen x und y gelten muss, damit $x \in L$. Also ist dies die Eigenschaft die bei einer NTM in der Verifikation überprüft wird. Der Verifikator arbeitet immer deterministisch. Daher lässt sich jede dieser Sprachen L mit einer NTM in polynomieller Zeit entscheiden, diese liegen also in NP .

Bernhard Dietrich 6256800
Lars Fernhomberg 6256030
Sebastian Kniesburges 6257120
Thomas Brinkmann 6254798
Yascha Cebeci 6254677

Aufgabe 36

Wir wissen, dass sich jede NTM in eine NTM mit nur 2 Nachfolgekonfigurationen umschreiben lassen kann, ohne, dass sich Laufzeit oder Platzaufwand verändern.
Somit nehmen wir an, wir haben eine NTM mit 2 Nachfolgekonfigurationen. Wir können den Berechnungspfad der NTM N jetzt so simulieren, dass wir für die Entscheidungen der Nachfolgekonfigurationen (0 erste, 1 zweite) einen Berechnungspfad erzeugen.
Der Berechnungspfad hat die Tiefe $O\left(n^k\right)$.

Eine DTM D simuliert nun N , indem zunächst der erste Berechnungspfad simuliert wird (0 Folge).
Die DTM D schaut dann im Berechnungspfad nach, für welche Alternative sie sich entscheidet (0 erste, 1 zweite) und simuliert so den Berechnungspfad.
Immer wenn eine 0 auftaucht entscheidet sie sich für Alternative 0, ansonsten für 1. Sollte sie den kompletten Berechnungspfad durchgeführt haben und nicht akzeptieren, so wird die Eingabe verworfen (alles außer dem Berechnungspfad wird vom Band gelöscht), der Berechnungspfad inkrementiert und erneut simuliert bis akzeptiert wird.
D kann nur akzeptieren wenn auch N akzeptieren würde, somit ist die Simulation erfolgreich.

Platzaufwand:
Für den Berechnungspfad benötigt D Platz $O\left(n^k\right)$ um einen Berechnungspfad (Binärdarstellung) auf das Band zu schreiben und noch einmal Platz $O\left(n^k\right)$ um den Berechnungspfad durchzuführen.
Somit ergibt sich insgesamt ein Platz von $O\left(n^k\right)+O\left(n^k\right) \Rightarrow O\left(2n^k\right) \Leftrightarrow O\left(n^k\right)$
$\Rightarrow NP \subseteq DSPACE$

Laufzeit:
Pro Schritt muss das Band 2-mal komplett über die Eingabe wandern, somit ergibt sich pro Schritt eine Laufzeit $O\left(n^k\right)$.
Da ein Berechnungspfad die Länge $O\left(n^k\right)$ hat, ergibt sich pro Berechnungspfad die Laufzeit $O\left(n^k\right) \cdot O\left(n^k\right) \Leftrightarrow O\left(n^{2k}\right) \Leftrightarrow O\left(n^k\right)$. Da es $O\left(\left(2^n\right)^k\right)$ Berechnungspfade gibt, ergibt sich die Gesamtlaufzeit von $O\left(\left(2^n\right)^k\right) \cdot O\left(n^{2k}\right) \Leftrightarrow O\left(\left(2^n\right)^k\right)$.